令和７年度　教科専門試験　高等学校・特別支援学校（数学）　解答例

受験校種	高・特	教科科目	数学	受験番号						得点	30 点

1

①	②	③	④	⑤
コ	ク	カ	オ	ウ

２点×５

2

（１）　$y=x^2+2x$ を y 軸に関して対称移動すると

$$y=(-x)^2+2(-x)=x^2-2x$$

ゆえに放物線 C は

$$y-4=(x+4)^2-2(x+4)$$

$$y=x^2+6x+12$$

10 点

（２）　放物線 C を $y=f(x)$ とおく。

$y=f(x)$ を x 軸方向に $-k$ だけ平行移動する，つまり直線 $x=k$ を y 軸に一致するように平行移動すると，$y=f(x+k)$

これを，y 軸に関して対称移動すると，$y=f(-x+k)$

そして，x 軸方向に $+k$ だけ平行移動すると

$$y=f\{-(x-k)+k\}=f(-x+2k)$$

これが，求める放物線の方程式になるので

$$f(-x+2k)=(-x+2k)^2+6(-x+2k)+12$$

$$=x^2-(4k+6)x+(4k^2+12k+12)$$

10 点

令和７年度　教科専門試験　高等学校・特別支援学校（数学）　解答例

受験校種	高・特	教科科目	数学	受験番号						得点	30 点

3

（１）　事象Ａが起こる確率は $\dfrac{1}{3}$

求める確率は，　$_5C_3\left(\dfrac{1}{3}\right)^3\left(1-\dfrac{1}{3}\right)^2=\dfrac{40}{243}$

15 点

（２）　（ⅰ）　事象Ａが１回も起こらないとき

$\left(\dfrac{2}{3}\right)^5=\dfrac{32}{243}$

（ⅱ）　事象Ａがちょうど１回起こるとき

15 点

$_5C_1\left(\dfrac{1}{3}\right)\left(\dfrac{2}{3}\right)^4=\dfrac{80}{243}$

（ⅰ），（ⅱ）より求める確率は

$1-\left(\dfrac{32}{243}+\dfrac{80}{243}\right)=1-\dfrac{112}{243}=\dfrac{131}{243}$

令和７年度　教科専門試験　高等学校・特別支援学校（数学）　解答例

受験校種	高・特	教科科目	数学	受験番号						得点	40 点

4

（１）C_1は中心$(1,2)$，半径２の円　**10 点**

C_2は中心$(4,6)$，半径rの円

だから，中心間の距離　$d=\sqrt{3^2+4^2}=5$

よって，２円が外接するのは，$d=2+r$　$\therefore r=3$

２円が内接するのは，$d=|2-r|$　$r>0$ より　$r=7$

ゆえに，$r=3,7$

（２）$C_1: x^2+y^2-2x-4y+1=0$，　$C_2: x^2+y^2-8x-12y+(52-r^2)=0$

だから，２円の交点を通る図形の方程式は k を定数とすると

$k(x^2+y^2-2x-4y+1)+x^2+y^2-8x-12y+(52-r^2)=0$

これが直線となるのは，$k=-1$ のときであるので　**15 点**

$6x+8y=51-r^2$

これが

$6x+8y=35$ と一致するので，$51-r^2=35$　$r>0$ より $r=4$

（３）（２）のとき，C_2は，$(x-4)^2+(y-6)^2=4^2$

また，接点を$\mathrm{P}(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$とし，接線をそれぞれ，ℓ_1，ℓ_2 とすると

$\ell_1:(x_1-4)(x-4)+(y_1-6)(y-6)=16$

$\ell_2:(x_2-4)(x-4)+(y_2-6)(y-6)=16$　**15 点**

ℓ_1，ℓ_2が点$\mathrm{A}(a,1)$を通るとき

$\ell_1:(a-4)(x_1-4)-5(y_1-6)=16$ ……①

$\ell_2:(a-4)(x_2-4)-5(y_2-6)=16$ ……②

①，②は２点$\mathrm{P}(x_1, y_1)$，$Q(x_2, y_2)$が，直線$(a-4)(x-4)-5(y-6)=16$ 上にあることを意味している。

すなわち，直線 PQ の方程式は，

$(a-4)(x-4)-5(y-6)=16$ ……③

となる。③を a について整理すると

$(x-4)a-4(x-4)-5(y-6)-16=0$

これが a についての恒等式となるとき

$x-4=0$　かつ　$-4(x-4)-5(y-6)-16=0 \Leftrightarrow x=4, y=\dfrac{14}{5}$

よって，③は a の値に関わらず定点$\left(4,\dfrac{14}{5}\right)$を通る。

令和７年度　教科専門試験　高等学校（数学）　解答例

受験校種	高	教科科目	数学	受験番号						得点	30 点

5

母平均 60，母標準偏差 25，標本の大きさ 900 であるから，標本平均 $\overline{X}$ は近似的に正規分布

$N\left(60,\ \dfrac{25^2}{900}\right)$ すなわち $N\left(60,\ \left(\dfrac{5}{6}\right)^2\right)$ に従う。

10 点

よって，$Z=\dfrac{\overline{X}-60}{\frac{5}{6}}$ とおくと，Z は近似的に標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

したがって，求める確率は

$P(\overline{X}\geqq 59)=P(Z\geqq -1.2)=0.5+0.3849=0.8849$

6

（１）　$a_{n+1}-a_n=b_n$ とおくと

$b_{n+1}=a_{n+2}-a_{n+1}$

$=\{2a_{n+1}+2(n+1)-3\}-(2a_n+2n-3)$

$=2(a_{n+1}-a_n)+2$

10 点

よって，$b_{n+1}=2b_n+2$

$b_1=a_2-a_1$

$=(2a_1+2-3)-a_1=a_1-1=0$

$b_{n+1}=2b_n+2$ を変形すると

$b_{n+1}+2=2(b_n+2)$

また，$b_1+2=2$

よって，数列 $\{b_n+2\}$ は初項２，公比２の等比数列で

$b_n+2=2\cdot 2^{n-1}=2^n$

したがって，数列 $\{b_n\}$ の一般項は

$b_n=2^n-2$

（２）　数列 $\{a_n\}$ の階差数列 $\{b_n\}$ の一般項が $b_n=2^n-2$ であるから

$n\geqq 2$ のとき　$a_n=a_1+\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1}(2^k-2)$

10 点

$=1+\dfrac{2(2^{n-1}-1)}{2-1}-2(n-1)$

よって，$a_n=2^n-2n+1$　……①

① で $n=1$ とすると $a_1=1$ が得られるから，① は $n=1$ のときにも成り立つ。

したがって，数列 $\{a_n\}$ の一般項は

$a_n=2^n-2n+1$

令和７年度　教科専門試験　高等学校（数学）　解答例

受験校種	高	教科科目	数学	受験番号						得点	30 点

7

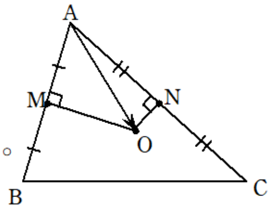
（１）　△ABC において余弦定理により，　**15 点**

$$\cos A=\frac{8^2+(2\sqrt{6})^2-(6\sqrt{2})^2}{2\cdot 8\cdot 2\sqrt{6}}=\frac{1}{2\sqrt{6}}$$

すなわち，　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=2\sqrt{6}\cdot 8\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{6}}=8$

よって，　$S=\dfrac{1}{2}\sqrt{|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2|\overrightarrow{\mathrm{AC}}|^2-(\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}})^2}=4\sqrt{23}$

（２）　$\overrightarrow{\mathrm{AO}}=s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}$（$s$，$t$ は実数）とする。
辺 AB，AC の中点を M，N とする。
AB⊥MO であるから，　$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{MO}}=0$ である。



$$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{MO}}=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{AO}}-\overrightarrow{\mathrm{AM}})=\overrightarrow{\mathrm{AB}}\cdot\left\{\left(s-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{\mathrm{AB}}+t\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right\}=0$$

15 点

であるから

$6s+2t=3$ ……①

AC⊥NO であるから，　$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{NO}}=0$ である。

$$\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{NO}}=\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{AO}}-\overrightarrow{\mathrm{AN}})=\overrightarrow{\mathrm{AC}}\cdot\left\{s\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\left(t-\frac{1}{2}\right)\overrightarrow{\mathrm{AC}}\right\}=0$$

であるから

$s+8t=4$ ……②

①，②より　$s=\dfrac{8}{23}$，　$t=\dfrac{21}{46}$

したがって，　$\overrightarrow{\mathrm{AO}}=\dfrac{8}{23}\overrightarrow{\mathrm{AB}}+\dfrac{21}{46}\overrightarrow{\mathrm{AC}}$

令和７年度　教科専門試験　高等学校（数学）　解答例

受験校種	高	教科科目	数学	受験番号						得点	40 点

8

（１）　$f(x)=x\sin x$ から，$f'(x)=\sin x+x\cos x$

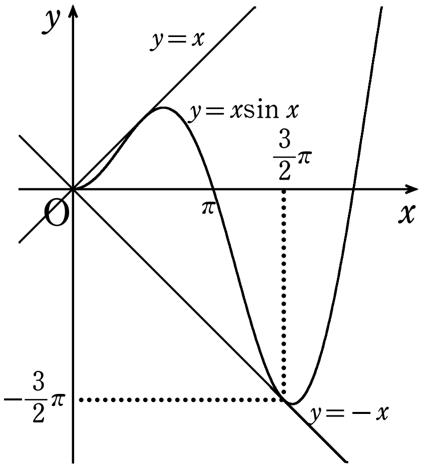
よって，$f'\left(\dfrac{3}{2}\pi\right)=-1$

ゆえに，接線 ℓ の方程式は

$$y+\frac{3}{2}\pi=-\left(x-\frac{3}{2}\pi\right)$$

$$y=-x$$

10 点



（２）　$x-x\sin x=x(1-\sin x)$

$-1\leqq\sin x\leqq1$ であるから

$1-\sin x\geqq0$ である。

よって，$x\geqq0$ のとき，$x-x\sin x\geqq0$

ゆえに，$x\geqq0$ のとき，$x\geqq x\sin x$

10 点

（３）（２）の結果より

$$V=\frac{1}{3}\pi\left(\frac{3}{2}\pi\right)^2\cdot\frac{3}{2}\pi-\pi\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}(x\sin x)^2dx$$

ここで，

$$\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}x^2\sin^2x\,dx$$

$$=\int_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}\left(\frac{x^2}{2}-\frac{x^2}{2}\cos2x\right)dx$$

$$=\left[\frac{x^3}{6}-\frac{x^2}{4}\sin2x-\frac{x}{4}\cos2x+\frac{1}{8}\sin2x\right]_{\pi}^{\frac{3}{2}\pi}$$

$$=\frac{19}{48}\pi^3+\frac{5}{8}\pi$$　であるから

$$V=\frac{9}{8}\pi^4-\pi\left(\frac{19}{48}\pi^3+\frac{5}{8}\pi\right)=\frac{35}{48}\pi^4-\frac{5}{8}\pi^2$$

20 点